

۱۱۱- رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ‌تری از مساحت

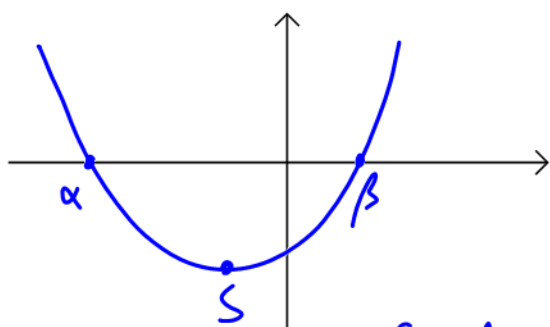
مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

۱) -۲

۲) $4\sqrt{2}$

۳) ۲

۴) $-4\sqrt{2}$



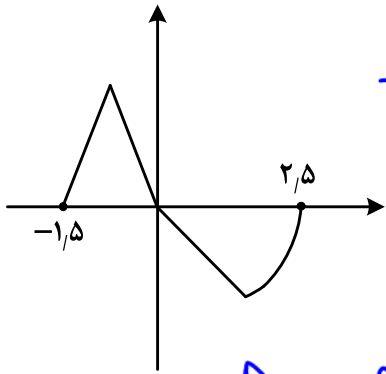
$$\frac{1}{2} |\alpha - \beta| |y_S| = \frac{27}{64}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \times \left| \frac{\Delta}{4a} \right| = \frac{27}{64}$$

$$\xrightarrow{a=-1} \frac{\Delta \sqrt{\Delta}}{4} = 27 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 4 \times 2 \rightarrow \Delta = 64$$

$$\rightarrow a^2 + 42 = 64 \rightarrow a^2 = 22 \xrightarrow{a < 0} a = -\sqrt{22}$$

۱۱۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{2})$ است. اگر $h = \frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟



$$-\frac{5}{4} < x + \frac{1}{2} < \frac{5}{4} \rightarrow -2 < h < 2$$

$$\rightarrow D_g = (-2, 2), D_f = (-\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$D_h = D_f \cap D_g = \text{مقطع } (-\frac{5}{4}, 2)$$

$$= (-\frac{5}{4}, 2) - \{-2, -\frac{1}{4}, 2\} = (-\frac{5}{4}, 2) - \{-\frac{1}{4}\}$$

$$\xrightarrow{\mathbb{Z}} -1, 0, 1$$

www-kanoon.ir

۱۱۳- هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای $x^2 + 1,35x - 1,3 = 0$ واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 1,35x - 1,3 = 0$ کمتر است. حاصل ضرب ریشه‌های آن معادله کدام است؟

-۱,۳۷۵ (۴)

-۱,۳ (۳)

-۰,۳ (۲)

-۰,۳۷۵ (۱)

$$y = x - 0,5 \rightarrow x = y + 0,5 \rightarrow (y + 0,5)^2 + 1,35(y + 0,5) - 1,3 = 0$$

$$\rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{0,125 + 1,35 \times 0,5 - 1,3}{1} = -0,375$$

www-kanoon-ir

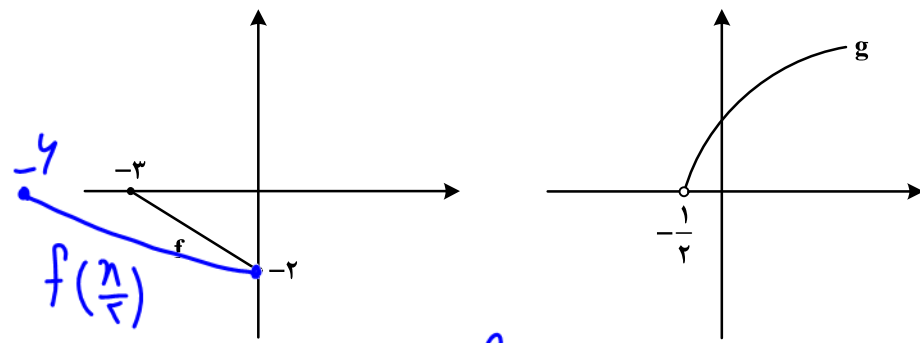
۱۱۴- نمودارهای توابع f و g به صورت زیر رسم شده‌اند. اگر بازه I ، دامنه $\text{gof}(\frac{1}{4}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟

۰٫۵ (۱)

۱ (۲)

۱٫۵ (۳)

۳ (۴)



$$\rightarrow f\left(\frac{x}{4}\right) = -\frac{x}{4} - 2 \quad -4 \leq x \leq 0$$

$$-4 - \frac{9}{4} = -\frac{25}{4} = -6.25$$

$$-\frac{x}{4} - 2 > -\frac{1}{4} \rightarrow \frac{x}{4} < -\frac{7}{4} \rightarrow x < -7$$

$$\rightarrow -4 \leq x < -7$$

www-kanoon-iii

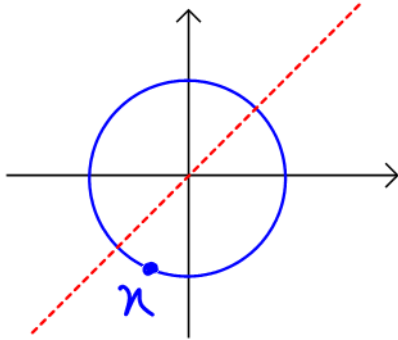
۱۱۵ - اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

$$-\frac{1}{3}\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{2} \quad (1)$$



$$(\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x})^2 = \frac{4}{7} \rightarrow \tan x + \cot x - 2 = \frac{4}{7}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{11}{7} \rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{7}{11}$$

$$\sin x - \cos x < 0 \rightarrow (\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\rightarrow \sin x - \cos x = -\sqrt{\frac{2}{9}} = -\frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{9}$$

www-kanoon.ir

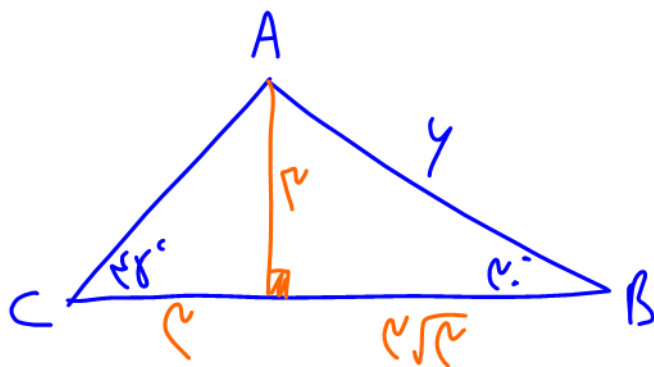
۱۱۶- در مثلث ABC اندازه زوایای $\hat{A}CB$ و $\hat{ABC}$ به ترتیب 45° و 30° درجه است. اگر $AB = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

$4(1 + \sqrt{3})$ (۴)

$4(1 + \sqrt{2})$ (۳)

$3(1 + \sqrt{3})$ (۲) 

$3(1 + \sqrt{2})$ (۱)



$BC = 2 + 2\sqrt{3}$

www-kanoon-ir

۱۱۷- تابع $f(x) = -\frac{1}{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 3x\right)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیداً نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

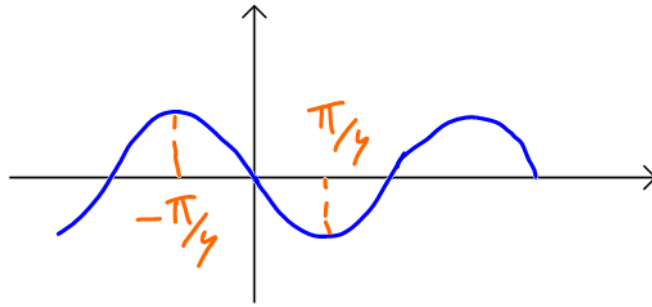
$-\frac{\pi}{6}$ (۴)

$-\frac{\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{\pi}{8}$ (۲)

$-\frac{\pi}{12}$ (۱)

$$f(x) = -\frac{1}{3} \sin 3x$$



www-kanoon-ir

۱۱۸- تعداد جواب های معادله $\sin(\pi + x)\cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = 2\sin(\pi - x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(-\sin x)(-\sin x) + 1 = 2\sin x \rightarrow 1 + \sin^2 x = 2\sin x$$

$$\rightarrow \sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \rightarrow \sin x = 1$$

$$\rightarrow x = \frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}$$

www-kanoon-ir

۱۱۹- حاصل $10^{-\log_4 10}$ کدام است؟

۲٫۵ (۱)

۰٫۵ (۲)

۰٫۲۵ (۳)

۰٫۰۵ (۴)

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{1-\log_4 10} = 4^{\log_4 10 - 1} = 4^{1-\log_4 10} = \frac{10}{4} = 2.5$$

www-kanoon-ir

۱۲۰- اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟

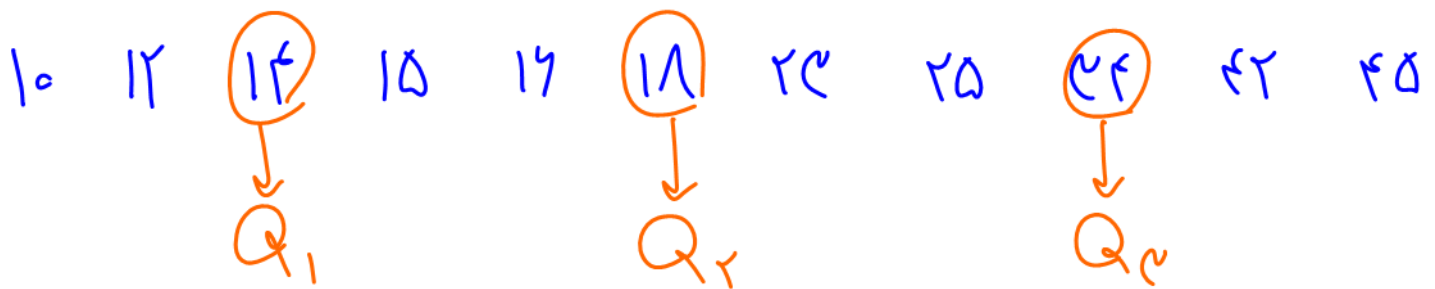
۴۵، ۱۲، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۱۶، ۳۴، ۱۸، ۴۲، ۲۵، ۱۰

۲۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)



$$\{a, b\} = \{Q_1, Q_3\} = \{14, 34\} \rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{14+34}{2} = 24$$

۱۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد،

کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

در توابع همگرافیک f و f^{-1} روی $y=x$ متقاطع:

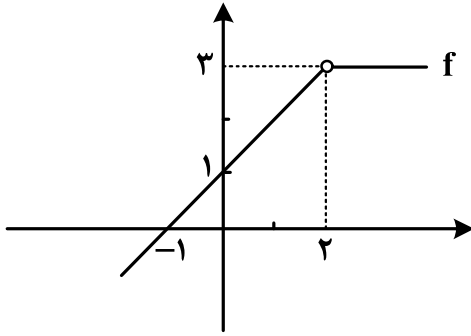
$$\frac{1}{x+a} = x \rightarrow x^2 + ax - 1 = 0$$

$$\rightarrow |x_1 - x_2| = 2\sqrt{10} \rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2\sqrt{10} \rightarrow \frac{\sqrt{a^2 + 4}}{1} = 2\sqrt{10} = \sqrt{40}$$

$$\rightarrow a^2 = 36 \rightarrow a = \pm 6$$

www-kanoon-ir

۱۲۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4} = \frac{3-3}{4-4} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{Hôpital's Rule}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-f'(x)}{2x} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

- ☒ $-\frac{1}{4}$
- ☐ $-\frac{1}{2}$
- ☐ $-\frac{1}{5}$
- ☐ $-\frac{1}{3}$

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x-|x||}{x^2+2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

$+\infty$ (۴)

$-\infty$ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

$$\frac{-2n}{2n} = a \rightarrow a = -1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(-n) = -(-\infty) = +\infty$$

www-kanoon-ir

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور x ها را در

سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

$$f(-1) = f^{-1}(-1) \rightarrow f(f(-1)) = -1 \rightarrow f\left(1 - \frac{2}{a}\right) = -1$$

$$\rightarrow 1 + \frac{2 - \frac{2}{a}}{a} = -1 \xrightarrow{\times a} a + 2 - \frac{2}{a} = -a \xrightarrow{\times a},$$

$$a^2 + 2a - 2 = -a^2 \rightarrow 2a^2 + 2a - 2 = 0 \rightarrow a^2 + a - 1 = 0 \rightarrow a = 1, -2$$

$$\frac{f(-a/2) = 0}{a < 0} \rightarrow a = -2 \rightarrow g(-1) = f(-1) = 1 + \frac{-2}{-2} = 2$$

۱۲۵- اختلاف شیب نیممماس‌های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

$$\begin{aligned} \lambda = 2^+ : y = h^2 - 4 \rightarrow y'_+(2) &= 4 \\ \lambda = 2^- : y = -(h^2 - 4) \rightarrow y'_-(2) &= -4 \end{aligned} \rightarrow \Delta$$

www-kanoon-ir

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه

$t=1$ چند گرم است؟

۱/۵ (۴)

۳ (۳)

۷/۵ (۲)

۱۷ (۱)

$$m(t) = 9t^{1/2} + 3t^{-1/2} \rightarrow m'(t) = \frac{9}{2} t^{-1/2} - \frac{3}{2} t^{-3/2}$$

$$\rightarrow m'(1) = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = 3$$

www-kanoon-ir

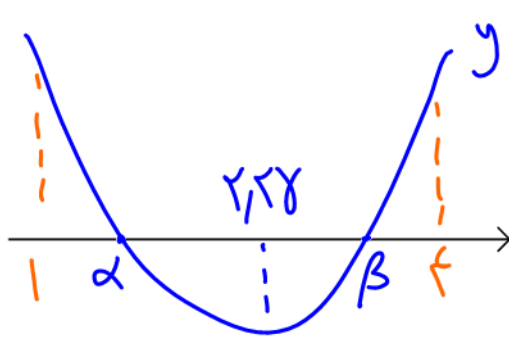
۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



$$y = 2x^2 - 9x + a$$

$$y(1) > 0 : 2 - 9 + a > 0 \quad \cap \rightarrow a > 7$$

$$y(4) > 0 : (2 - 18 + a) > 0$$

$$\Delta > 0 : 11 - 18a > 0 \rightarrow a < \frac{11}{18} = 1.0 + \frac{1}{18}$$

$$a = 1, 9, 10$$

۱۲۸- خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند.

مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱٫۷۵ (۴)

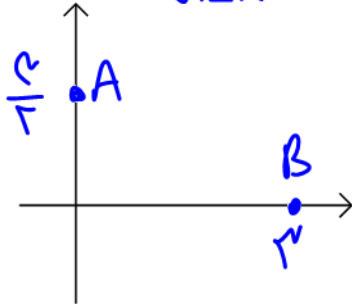
۲٫۲۵ (۳)

۳٫۵ (۲)

۴٫۵ (۱)

$$y(1) = 1 \rightarrow a = 1$$

$$y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \rightarrow y'(1) = \frac{-1}{2} \rightarrow \text{مماس: } y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$$



$$\rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2.25$$

www-kanoon-ir

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر

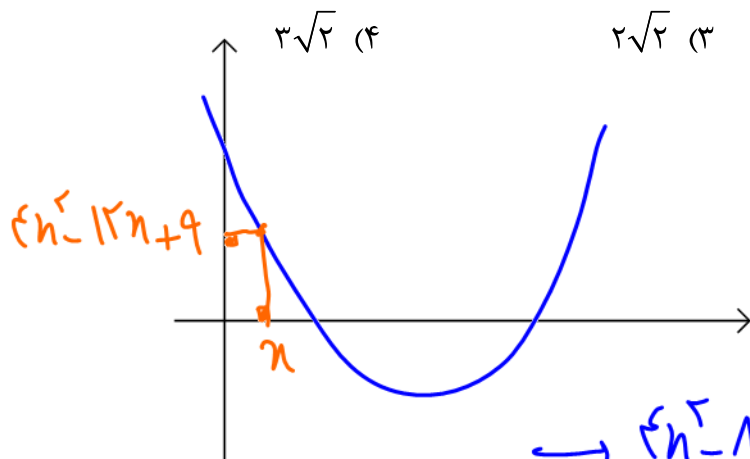
این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$3\sqrt{2}$ (۴)



$$S = x(4x^2 - 12x + 9)$$

$$= 4x^3 - 12x^2 + 9x$$

$$S' = 12x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$\rightarrow 4x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$$

$$\rightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2} - 3 + \frac{9}{2} = 2$$

www-kanooni

۱۳۰ - ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند،

مجاور هم باشند؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۳۵ (۲)

۴۲ (۱)

۵ حالت

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
---	---	---	---	---	---	---

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
---	---	---	---	---	---	---

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
---	---	---	---	---	---	---

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
---	---	---	---	---	---	---

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
---	---	---	---	---	---	---

۲ حالت برای قرار گرفتن

۳ نفر را با هم خود داریم:

a b c

۱) b c a

۲) c a b

↓
 $5 \times 2 = 10$

www-kanoon-ir

۱۳۱- دو دانش آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند، هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می‌شوند. چند درصد احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

۷۲٫۵ (۴)

۵۰ (۳)

۶۲٫۵ (۲)

۴۰ (۱)

$$n(S) = 8 \times 8 = 64$$

$$A \mid \begin{array}{l} (1,1), (2,2), \dots, (8,8) \\ 1: 2, 4, 6, \dots, 8 \\ 2: 4, 6, 8 \\ 3: 6 \\ 4: 8 \end{array} \rightarrow n(A) = 1 + 2(7 + 6 + 5 + 4) = 52$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{52}{64} = 81.25\%$$

۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه

عدد روی کارت فرد هستند به طوری که می‌دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

$$\frac{1}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

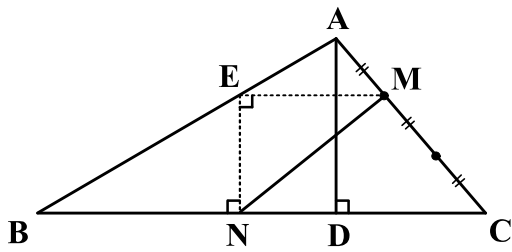
$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} & \text{هر سه فرد} : \binom{5}{3} = 10 \\ & \text{یک فرد + یک زوج} : \binom{5}{1} \binom{4}{2} = 20 \end{aligned} \rightarrow \frac{10}{10+20} = \frac{1}{4}$$

www-kanoon-ir

۱۳۳- در شکل زیر، $AD=6$ و $BC=9$ است. طول MN چقدر است؟



$$ME = \frac{1}{2} BC = 9$$

$$EN = \frac{2}{3} AD = 4$$

(۱) $3,5\sqrt{2}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $4,5$

(۴) 5

$$\rightarrow MN = \sqrt{9^2 + 4^2} = 5$$

www-kanoon-ir

۱۳۵- قطره‌های یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $ay - 2x = -2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطره‌های

بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

۳/۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$y = x + 3$$

$$\rightarrow 1x - \frac{2}{a} = -1 \rightarrow a = -2$$

$$y = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ y = -x + 1 \end{cases} \rightarrow A(-2, -)$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ y = -x + 1 \end{cases} \rightarrow O(-1, 2)$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ y = -x + 1 \end{cases} \rightarrow B(1, 0)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

www-kanoon-ir

۱۳۶- در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (α, α) و شعاع ۴ با دایره $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ مماس درون است.

فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

$$2.5\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$0.5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\rightarrow O(1, \frac{1}{2}), R = \frac{5}{2}$$

$$\text{مماس درون: } \sqrt{(\alpha-1)^2 + (\alpha-\frac{1}{2})^2} = |4 - \frac{5}{2}| = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow 2\alpha^2 - 5\alpha + \frac{8}{2} = \frac{9}{2} \rightarrow 2\alpha^2 - 5\alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha = -1, \frac{8}{2}$$

$$\frac{\text{مماس درون}}{\text{در ناحیه چهارم}} \rightarrow \alpha = \frac{8}{2} \rightarrow (\alpha, \alpha) = (4, 4)$$

www-kanoon-ir

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3}\right)$ قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{1}{2a+1} \leq \frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3} \rightarrow 2a-3 < 5 \leq 2a+1$$

$$\rightarrow 1 \leq a < 4 \xrightarrow{N} a=1, 2, 3 \xrightarrow{2a-3 > 0} a=2, 3$$

www-kanoon-ir

۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی ۱۷۲، ۱۲، b، c، ...، a برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶۵۳ (۴)

۱۵۶۶ (۳)

۱۴۷۹ (۲)

۱۳۹۲ (۱)

$$\frac{a+172}{2} = 87 \rightarrow a+172 = 174 \rightarrow a = 2 \rightarrow \text{تعداد} = 18$$

$$\text{مجموع} = 18 \times 87 = 1566$$

www-kanoon-ir

۱۳۹- اگر -2 یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (۱)$$

$$-2(3x^2 + x + a) = -2 \rightarrow 10 + a = 1 \rightarrow a = -9$$

$$3x^2 + x^2 - 9x + 2 = 0 \rightarrow (x+2)(3x^2 - 5x + 1) = 0$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$x = -2 \quad \alpha/\beta = \frac{1}{3}$$

$$x \rightarrow -\frac{2}{3}$$

www-kanoon-ir

۱۴۰- اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_2 c$ کدام است؟

۴ -۲

۳ -۱

۲ -۱

۱ -۲

$$\underbrace{(\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{c})}_2 \underbrace{(\sqrt{a+\sqrt{b}}-\sqrt{c})}_2 = 1 \rightarrow 2\sqrt{c} = 1 \rightarrow c = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \log_2 \frac{1}{4} = -2$$